

ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO: COMBINANDO AS TEORIAS DE DAVYDOV E DE MAJMUOV

Simone Ariomar de Souza

Resumo. A pesquisa buscou responder à questão “como estruturar o ensino de função combinando a teoria do ensino problêmico de Majmutov e a teoria do ensino desenvolvimental de Davydov”? O objetivo foi analisar o ensino-aprendizagem do conceito matemático de função por alunos do nível médio tendo como fundamento essas teorias. Realizou-se um experimento didático formativo em uma unidade do Instituto Federal de Goiás. Os resultados parciais mostram que: na organização do ensino, o problema a ser resolvido deve estar associado a uma necessidade dos alunos e envolver contradições; o professor deve conhecer o desenvolvimento lógico-histórico do conceito ensinado; inicialmente os alunos apresentaram dificuldade em lidar com o problema, mas logo a superaram.

Palavras-Chaves: Ensino Desenvolvimental; Ensino por Problemas; Função.

Introdução

A escola brasileira contemporânea está em busca de mudanças que possam contribuir para o enfrentamento de graves problemas, entre eles a baixa aprendizagem de matemática expressa, por exemplo, em resultados de avaliações como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, o Exame Nacional do Ensino Médio e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. Neste último, em 2012, o Brasil apresentou avanço, porém insuficiente para sair da posição entre os de mais baixo desempenho, ficando na 58ª posição.

Estudos e pesquisas em educação matemática que buscam contribuir para o enfrentamento deste problema enfocam desde seus aspectos históricos, passando por aspectos do cotidiano social, até aspectos pedagógicos e didáticos do ensino e da aprendizagem de matemática no contexto da escola (BRITO, 1996; CORREA e MACLEAN, 1999; MIGUEL et. al, 2004;). Também têm sido realizadas pesquisas, utilizando o referencial histórico-cultural, que tratam de questões do ensino e da aprendizagem de matemática, tais como Moysés (2006), Cedro (2008), Moraes e Moura (2009) e Damazio (2011).

Nos diversos níveis do sistema de ensino é comum na prática dos professores o ensino por meio da resolução de problemas como um procedimento para que o aluno

aprenda melhor. Na área de educação matemática vários autores evidenciam em suas pesquisas a importância do ensino por problemas (DANTE, 1989; ONUCHIC, 1999; POLYA, 1995; POZO, 1998) como forma alternativa de ensino e aprendizagem da disciplina de matemática. Na abordagem histórico-cultural, o ensino por problemas também é privilegiado e de acordo com Freitas (2012) esta abordagem é mais promissora para o desenvolvimento do aluno em relação às formas de ensino por problemas mais comuns em nosso meio, como a Metodologia da Problematização e o PBL (Problem Basead Learning), porque possibilita mudanças qualitativas no processo de pensar e não só a descoberta da solução de um problema.

Considerando a necessidade de avançar no desafio de melhorar a aprendizagem de conteúdos de matemática na escola, a presente pesquisa tem como objeto de estudo o processo de formação de conceitos matemáticos, em particular do conceito função, por meio do ensino por problemas de Majmutov e do ensino desenvolvimental de Davydov.

Karlson (1961, p. 376) argumenta a respeito da importância do conteúdo de função na matemática, justificando que o mesmo ocupa “o centro de toda a moderna maneira de pensar, a partir, mais ou menos, da era heroica dos Descartes, Leibniz e Newton”, e se apresenta como primeira necessidade, tal como o ar para respirar ou o pão de cada dia:

Se existisse uma taquigrafia especial para os matemáticos, onde as palavras mais frequentes estivessem representadas por símbolos particulares, deveríamos começar por uma palavra e somente uma: a palavra “Função”. Encontramo-la a cada passo – não de maneira como se encontra a erva daninha, em toda parte, mas como se encontra o ar para respirar ou o pão de cada dia: como primeira necessidade, como *conditio sine qua non* da matemática hodierna (KARLSON, 1961, p.376).

Segundo Eves (2011, p. 661), o estudo do conteúdo função é fundamental para formação matemática uma vez que “esse conceito parece representar um guia natural e efetivo para a seleção e desenvolvimento do material de textos matemáticos”. Defende ser inquestionável que o “quanto antes se familiarize um estudante com o conceito de função, tanto melhor para sua formação matemática”.

Braga (2006, p.17) também aponta a relevância do conteúdo de função na matemática, argumentando que tal conhecimento confere uma maior compreensão do dia-a-dia e maiores condições para o exercício da cidadania, uma vez que leva o educando ao “reconhecimento de variáveis em situações do cotidiano e o estabelecimento de relações entre elas”.

No campo da matemática, optamos por investigar a formação do conceito de função por se tratar de um conceito básico e extremamente relevante, porque, por meio dele, o aluno desenvolve a capacidade de analisar e interpretar interdependências entre grandezas, tornando-se capaz de produzir generalizações a respeito de fenômenos nelas envolvidos e de resolver problemas da vida social concreta. Este conceito é importante também por apresentar aplicações nas diversas áreas do conhecimento, sendo abordado desde o ensino fundamental ao superior. Todavia é considerado pelos alunos como difícil de aprender e pelos professores como difícil de ensinar.

Nessa direção, enunciamos a questão central da presente pesquisa: Como estruturar o ensino a partir da teoria do ensino desenvolvimental de Davydov e da teoria do ensino problémico de Majmutov, para que o aluno aprenda o conceito de função? O objetivo geral foi analisar a aprendizagem do conceito de função mediante o ensino organizado a partir da combinação das teorias do ensino desenvolvimental de Davydov (1982; 1988; 1999) e do ensino problémico de Majmutov (1983).

Ensino por Problemas de Majmutov e Ensino Desenvolvimental de Davydov

No campo da didática, o diferencial dessa pesquisa se revela na harmônica combinação entre as teorias do ensino desenvolvimental de Davydov e a teoria do ensino problémico de Majmutov, que se complementam e se aproximam em vários aspectos teóricos: a forma de organização de ensino deve voltar-se ao desenvolvimento do pensamento teórico do aluno; os alunos devem aprender os objetos de conhecimentos a partir de processos investigativos e não como conclusões; o processo de ensino-aprendizagem deve proporcionar a apropriação ativa e criativa do conhecimento pelo aluno; deve ser introduzidas tarefas com caráter de problemas a serem resolvidos mediante investigação pelos alunos; a investigação deve contemplar as contradições existentes nos objetos de conhecimento.

Majmutov (1926-2008) e Davydov (1930-1998) pertencem à terceira geração de pesquisadores russos adeptos a perspectiva vigotskiana e comungam, sobretudo, a idéia de que a forma de organização do ensino pelo professor influencia no desenvolvimento intelectual dos estudantes.

Fundamentado na teoria marxista-leninista do conhecimento e considerando as investigações da gnosiologia, pedagogia, psicologia, sociologia, lógica formal, lógica dialética e lógica moderna da prática de ensino, Majmutov (1983, p.266) conceitua o ensino por problemas (enseñanza problémica) como a atividade do professor dirigida à

criação de um sistema de situações com problemas visando à exposição, explicação e direção da atividade dos alunos na aprendizagem de conhecimentos novos para eles:

O ensino problémico é um tipo de ensino que tende ao desenvolvimento, donde se combinam a atividade sistemática independente da busca dos alunos, com a assimilação das conclusões já preparadas pela ciência e o sistema de métodos se estrutura tomando em consideração a suposição do objetivo e o princípio de problemicidade [...] (MAJMUTOV, 1983, p. 265, tradução nossa).

Para o teórico “a essência do conceito problema como categoria da lógica dialética, consiste em que na investigação científica, esta reflita a existência de uma contradição dialética no objeto a conhecer” (MAJMUTOV, 1983, p. 59, tradução nossa).

Na organização didática do ensino problémico, a atividade intelectual do aluno é substancialmente modificada e intensificada no processo de assimilação de conhecimentos, já que o professor não comunica diretamente os resultados dos conhecimentos científicos, mas cria possibilidades por meio dos problemas propostos para que o aluno busque de forma independente e criativa, a via ou o método de obtenção das ideias:

O objetivo do ensino problémico é mais amplo: assimilação não somente dos resultados do conhecimento científico, mas também da via do processo de obtenção dos ditos resultados, inclusive, também, da formação da independência cognitiva do aluno e do desenvolvimento de suas capacidades criativas. (MAJMUTOV 1983, p.261, tradução nossa).

Conforme Majmutov (1983), o ensino problémico não se reduz ao exercício de ações mentais por meio de tarefas padronizadas, onde o professor simplesmente aponta o caminho a ser seguido para a resolução dos exercícios e, de outro lado, o aluno ainda que participe ativamente da busca científica, o faz de forma incompleta, tão somente coletando material empírico, sem resolver problemas e conseqüentemente sem avançar na sua atividade cognoscitiva independente e criativa:

Se o mestre indica aos alunos um exercício e aponta como se deve realizar, então inclusive a busca independente não será a solução de um problema. Os alunos podem participar ativamente em um trabalho de investigação científica coletando material empírico, mas sem resolver problemas. (MAJMUTOV 1983, p.256, tradução nossa).

Para o teórico, nem toda busca mental caracteriza uma organização problémica, mas tão somente aquela busca onde o aluno devidamente orientado pelo professor tenha a oportunidade de aprender de forma independente e criativa, algo novo cuja aquisição exija uma ação mental, não revalada nos conhecimentos anteriores. Segundo Fouché (1969, apud MAJMUTOV, 1983, p. 263, tradução nossa), “no ensino problémico, antes

de aprender se exige compreender; tudo adquire um caráter de descoberta; o próprio aluno deve buscar e encontrar teoremas, interpretar regras de maneira crítica”.

De acordo com o caminho didático proposto por Majmutov (1983), o aluno será conduzido a realizar a busca mental, mediante as situações problêmicas organizadas intencionalmente pelo professor. Ressalta-se ainda, que as situações problêmicas se apresentam em forma de contradições, algumas percebidas imediatamente e outras reveladas no desenvolvimento do pensamento, quando aluno está realizando a análise mental do material apresentado.

Cabe ressaltar que “problêmicas são as perguntas cujas respostas não estão contidas nos conhecimentos anteriores, nem na informação que se dá, e provocam uma dificuldade intelectual nos alunos” (MAJMUTOV, 1983, p.227, tradução nossa).

Portanto, a essência do ensino por problemas consiste nas diferentes formas pelas quais o aluno, orientado pelo professor, torna-se capaz de compreender os problemas da realidade objetiva, introduzir-se no processo de sua investigação e solução e, como resultado, adquirir conhecimentos a serem empregados de forma independente na solução de novos problemas:

[...] a ideia fundamental do ensino problêmico: os conhecimentos em uma parte considerável, não se transmitem aos alunos em uma forma preparada, mas se adquirem durante o processo da atividade cognoscitiva independente, nas condições de uma situação problêmica. (MAJMUTOV, 1983, p.28, tradução nossa).

Para isso, é indispensável que o aluno vivencie a necessidade pelo o conhecimento investigado e conseqüentemente, se direcione intelectualmente na busca pela compreensão e solução da contradição que surge entre o conhecido e o desconhecido, e que se caracteriza por meio de uma situação problêmica.

Majmutov (1983, p.28, tradução nossa) ressaltta que a contradição “surge quando os alunos “colidem” com a dificuldade de compreender e interpretar os fatos ou conceitos novos, e se caracteriza pela existência de uma situação problêmica”. Para ele, a contradição é a fonte e o motor do desenvolvimento do ensino por problemas. Encontrar a solução para um problema é solucionar a contradição que nele se manifesta. E essa contradição tanto se apresenta na dificuldade que deve ser superada (do desconhecido ao conhecido), como reflete e projeta o caminho da solução e, com ele, a própria superação dialética do problema.

No estudo do conceito de função uma contradição se encontra no fato de que tudo no mundo objetivo está relacionado, porém, conforme questiona Caraça (1951,

p.111), “se tudo depende tudo, como fixar a nossa atenção num objeto particular de estudo? Temos que estudar tudo ao mesmo tempo? Mas qual o cérebro que o pode fazer?”.

É importante ressaltar que o ensino por problemas na perspectiva de Majmutov se difere substancialmente dos demais tipos de ensino por problemas, que geralmente se restringem a um problema proposto com a finalidade de levar o aluno a pensar ativamente para encontrar seu resultado, mas sem maiores ligações com as ações mentais necessárias ao processo de investigação ou descoberta.

Acrescenta-se a isso, o fato de que as demais formas de ensino por problemas não possuem uma fundamentação teórica sólida, como a proposta didática de Majmutov e geralmente se limitam ao desenvolvimento do pensamento empírico, em detrimento do pensamento teórico e criativo.

Para Majmutov (1983, p. 256, tradução nossa), “o pensamento pode ser ativo, mas não independente e muito menos criativo”. Portanto, no ensino por problemas na perspectiva desse autor não basta que o ponto de partida seja um problema, com o objetivo de ativar o pensamento. Mais que isso, é necessário que o professor organize situações problêmicas, incluindo contradições não explícitas, mas que se revelem para o aluno quando ele realiza a busca independente da solução. Dessa forma poderá ocorrer uma aquisição criativa dos conhecimentos:

O objetivo da ativação dos alunos mediante o ensino problêmico consiste em elevar o nível de atividade mental do aluno e ensiná-los não operações isoladas em uma ordem casual e espontânea, mas ao contrário, um sistema de ações mentais que seja característico da solução de tarefas não estereotipadas, que exijam a aplicação de uma atividade mental criativa. (MAJMOV, 1983, p.256, tradução nossa).

Também a teoria do ensino desenvolvimental formulada por Davydov (1988) enfatiza o ensino ativo e investigativo, para que o aluno se desenvolva intelectualmente ao aprender conceitos científicos, formando novas ações mentais que lhe permitirão utilizar esses conceitos em sua vida real e de forma independente. Embora Davydov não tenha como foco central de sua teoria a estruturação do ensino por problemas, ele o destaca como uma forma importante de ensino para o desenvolvimento da experiência criativa do aluno.

O ensino por problemas recomendado na teoria do ensino desenvolvimental consiste em propor aos alunos tarefas cognitivas com caráter de problemas que, para serem resolvidos, exigem dos alunos a aquisição da experiência da atividade criadora de cientistas e pesquisadores na formulação dos conhecimentos científicos.

Nessa teoria o foco principal da tarefa é a formação de novas ações mentais pelos alunos quando estão em busca do conhecimento. O problema, sendo secundário, está contido nas ações mentais que o aluno realiza com caráter de investigação do objeto a ser aprendido. Portanto, o caráter de problema se relaciona com o método de pesquisa no ensino:

[...] Sua essência consiste em que o mestre não somente comunica às crianças as conclusões finais da ciência, mas que, em certo grau, reproduz o caminho de seu descobrimento (“a embriologia da verdade”). Aqui o mestre “demonstra aos alunos o mesmo caminho do pensamento científico, os obriga a seguir o movimento dialético do pensamento para a verdade, tornando-os, de certo modo, coparticipantes da busca científica”. A exposição de caráter problemático está intimamente ligada à aplicação do método de pesquisa no ensino (DAVYDOV, 1988, p.169, tradução nossa).

O ensino por problemas só tem sentido se o aspecto principal do método de solução das tarefas cognitivas for à apreensão da atividade criadora. Para Freitas (2012, p.14), “o ensino por problemas, na perspectiva da teoria histórico-cultural, privilegia a formação de conceitos como processo básico que influencia na formação de novas estruturas de pensamento”.

No ensino desenvolvimental, o problema pode aparecer no início, meio ou fim, conforme a organização didática elaborada pelo professor. Mas é sempre um problema de natureza cognitiva, que exige atividade mental com o objeto. Habitualmente aparece em todas as ações de aprendizagem. Na primeira (Transformação dos dados da tarefa a fim de revelar a relação universal do objeto estudado), o problema aparece na busca da relação universal do objeto, como um conhecimento que o aluno não tem e precisa formar. Na segunda (Modelação da relação diferenciada em forma objetivada, gráfica ou por meio de letras), o aluno é confrontado com um problema criativo, ou seja, ele precisará utilizar sua criatividade para elaborar um modelo do núcleo do objeto, de suas relações nucleares. Na terceira ação (Transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em “forma pura”), o problema toma a forma de análise mental das consequências de se introduzir mudanças no modelo, explicando-as de modo fundamentado. A quarta ação, (solução de tarefas particulares que podem ser resolvidas pelo procedimento geral, o conceito), envolve diferentes problemas com o objeto, em distintas situações, na forma de tarefas para serem resolvidas por meio da utilização do conceito. Já a quinta ação (Controle das relações das ações anteriores) representa um exame consciente do aluno sobre suas próprias ações durante todas as tarefas (autoavaliação), enquanto que a sexta ação (Avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem) corresponde novamente a

um problema, mas desta vez para ser resolvido na forma da avaliação individual da aprendizagem pelo professor.

O maior benefício desse tipo de ensino é o desenvolvimento mental e integral do estudante. O aluno não apenas aprende, mas adquire as ferramentas mentais para lidar com o objeto de conhecimento através da sua atividade individual e também coletiva. Ao investigar uma determinada situação, surgem novas perguntas, os conceitos anteriormente internalizados estabelecem conexões com os demais para formação de outros novos.

De forma mais clara e objetiva, o ensino por problemas organizado a partir da teoria do ensino desenvolvimental contribui potencialmente para a superação das dificuldades no processo de ensino e aprendizagem em matemática na medida em que favorece o desenvolvimento do pensamento teórico.

O ensino do conceito de função fundamentado nas teorias de Majmutov e de Davydov

Tendo por referencial as teorias de Majmutov e de Davydov, a presente pesquisa consistiu em um experimento didático formativo (descrito adiante) e foi realizada em uma unidade do Instituto Federal de Goiás e teve como participantes alunos e professor de uma turma do Curso de Comércio Exterior (ensino técnico integrado ao ensino médio), selecionados conforme os seguintes critérios: baixo desempenho dos alunos em matemática; aceitação dos alunos e seus responsáveis em participar da pesquisa; disponibilidade do professor para atuar como colaborador da pesquisa.

Os instrumentos de coleta de dados foram observação direta das aulas, entrevista semi-estruturada com os alunos e professor, plano de ensino do experimento didático formativo. A análise dos dados privilegia o processo de formação do conceito de função a partir das ações dos alunos e do professor durante o experimento didático. Para análise são consideradas as categorias teóricas: atividade de ensino, atividade de estudo, mediação, zona de desenvolvimento proximal (ZDP), aprendizagem e formação de conceitos, aprendizagem e desenvolvimento, pensamento teórico. Também se buscou evidenciar os fatores socioculturais e a contextualização do conceito de função pelos alunos. A pesquisa encontra-se em fase de análise dos dados e aqui são apresentados resultados parciais, referentes especificamente ao plano de ensino utilizado durante o experimento didático formativo.

Para a elaboração do plano de ensino, inicialmente avaliou-se o conhecimento de função pelos alunos, por meio de um instrumento com situação problema envolvendo esse conceito. Com raras exceções, os estudantes apresentaram muitas dificuldades. Os resultados dessa avaliação indicaram que eles não tinham adquirido o conhecimento desse conceito e também tinham dificuldades de interpretação do texto do instrumento de avaliação. Com base nesses resultados passou-se à elaboração do plano de ensino, partindo do motivo dos alunos para criar uma necessidade de solução de problemas vinculada a esse motivo.

Ao buscar o principal interesse da turma de alunos pesquisados, o assunto que mais estavam preocupados e discutindo, identificou-se que era, a formatura, isto é, cerimônia que academicamente e culturalmente marca a conclusão daquela etapa de ensino. Eles estavam frequentemente interessados e discutindo o assunto. Assim, buscou-se incluir esse assunto no experimento didático formativo, por ser naquele momento o que mais motivava os alunos a interagir, conversar e discutir. Partiu-se da necessidade dos estudantes relacionadas ao levantamento de fundos para realização da própria formatura, apresentando-se a eles uma tarefa com o problema a ser resolvido: a comissão de formatura do Curso Técnico de Comércio Exterior organizará uma rifa de um Iphone 5s com o objetivo de arrecadar fundos para sua formatura. O Iphone custou R\$ 2.100,00 e cada bilhete de rifa será vendido por R\$ 15, 00. Complete as lacunas da tabela abaixo e, em seguida, resolva os seguintes itens.

Os alunos foram solicitados a inserir em uma tabela os valores pagos por bilhetes conforme a quantidade de bilhetes vendidos, com diversas variações. Em seguida, foram solicitados a examinar as informações contidas na tabela e descobrir a relação geral entre os bilhetes vendidos e os valores pagos, justificando a descoberta. A ação seguinte consistiu na elaboração do modelo representativo dessa relação. Posteriormente, os alunos tiveram que resolver outros problemas utilizando a relação geral, como por exemplo: se os lucros da rifa destinam-se ao suprimento de uma despesa com valor de R\$ 4.500,00 qual o número mínimo de bilhetes que deverão ser vendidos para cobrir tal despesa? Em seguida foram apresentadas a eles problemas com alterações no valor do bilhete, para que resolvessem utilizando também a relação geral e explicando a origem das mudanças nos resultados.

As ações da tarefa com o problema a ser resolvido envolveram diversas perguntas e provocaram nos alunos vários questionamentos. Essas ações contemplaram os princípios de organização do ensino presentes na teoria de Davydov, mas sua forma

foi combinada à teoria de Majmutov. Na primeira ação, a apresentação de um problema ligado ao motivo dos alunos e presente em seu contexto escolar naquele momento, bem como em seguida a identificação da relação geral em torno dos elementos do problema, atendem a um princípio davydoviano. Por sua vez, a forma em que foi apresentado aos alunos (problema) reflete um princípio majmutoviano e contém a contradição entre o que o aluno conhece e o que ele ainda precisa conhecer para resolver o problema. Na segunda ação a tarefa requer dos alunos a criação do modelo representativo da relação geral, sendo esse modelo um produto da análise mental que realizaram sobre o problema e sua relação com princípio geral de sua solução (relação geral). Eles também são levados a perceber que se esse princípio geral sofre alterações, essas se refletem nos resultados. Nas ações seguintes os alunos utilizaram o princípio geral para resolver diversas outras situações com problemas do mesmo tipo. Todas essas ações foram realizadas coletivamente, com os alunos organizados em grupos. Durante sua realização, os alunos foram sempre confrontados com os objetivos das ações, para que refletissem se estavam no caminho correto. Ao final, foi realizada uma avaliação individual para verificação da aprendizagem e para aprofundamento da análise a partir dos conceitos das teorias que fundamentam a pesquisa tendo como principal foco a mudança do pensamento dos alunos em relação ao conceito função.

A análise parcial dos dados permite concluir que por estarem habituados ao ensino tradicional, inicialmente os alunos apresentaram certa dificuldade em realizar as ações da forma como foram propostas no experimento didático formativo, porém estas foram superadas no decorrer do experimento; durante as discussões, a maioria dos alunos foi demonstrando habilidades em discutir pontos de vista, contrapor conhecimentos, formular perguntas em torno das ações propostas; a organização do ensino problêmico na proposta do experimento exigiu do professor colaborador, além do conhecimento aprofundado do conceito de função, o estudo de seu desenvolvimento histórico no campo da matemática, o que constitui uma condição indispensável para esse tipo de ensino.

Considerações Finais

Os resultados parciais mostram que é possível combinar as teorias de Davydov e de Majmutov. Ambas as teorias tem como ponto forte o desenvolvimento do pensamento pela aquisição de conceitos científicos e a ação investigativa do aluno durante a aprendizagem de um conceito. Utilizadas de forma combinada, representam

uma alternativa aos professores para que os alunos aprendam de forma mais consistente os conceitos matemáticos.

Referências

BRAGA, C. *Função: a alma do ensino da matemática*. São Paulo: Ed. Annablume, Fapesp, 2006.

BRITO, M. R. F. *Um estudo sobre as atitudes em relação à matemática em estudantes de 1º e 2º Graus*. Tese de Livre Docência. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1996.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Ed. Tipografia Matemática LTDA, 1951.

CEDRO, W. L. *O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática: uma perspectiva histórico-cultural*. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo, 2008.

CORREA, J.; MACLEAN, M. Era uma vez... um vilão chamado matemática: um estudo intercultural da dificuldade atribuída à matemática. *Psicologia, Reflexão e Crítica*, Porto Alegre, v. 12, n.1, 1999.

DAMAZIO, A. O Processo de Elaboração do Conceito de Potenciação de Números Fracionários: uma abordagem histórico-cultural. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Vol. 24, n. 38, 2011.

DANTE, L. R. *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*. São Paulo: Editora Ática, 1989.

DAVYDOV, V. V. *Tipos de generalización em la enseñanza*. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

_____. *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica, teórica y experimental*. Tradução de Marta Shuare. Moscou: Editorial Progreso, 1988.

_____. A new approach to the interpretation of activity structure and Content. In: Hedegaard, M.; Jensen U. J. *Activity theory and social practice: cultural-historical approaches*. Aarhus (Dinamarca): Aarhus University Press, 1999.

EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Campinas, SP: Ed. UNICAMP, 2011.

FREITAS, R. A. M. M. Ensino por problemas: uma abordagem para o desenvolvimento do aluno. *Educação e Pesquisa: Revista da Faculdade de Educação da USP*, Vol. 38, n.2, 2012.

KARLSON, Paul. *A Magia dos Números*. Rio de Janeiro: Ed. Globo, 1961.

MAJMUTOV, M. I. *La Enseñanza Problémica*. Habana: Pueblo y Educación, 1983.

MIGUEL, A.; GARNICA, A. V. M.; CAMARGO, S. M.; D'AMBRÓSIO, U. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. *Revista Brasileira de Educação*. São Paulo, n. 27, set./out./nov./dez. 2004.

MORAES, S. P. G.; MOURA, M. O. Avaliação do Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática: contribuições da teoria histórico-cultural. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Vol. 22, n. 33, 2009.

MOYSÉS, L. *Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática*. 7ed. São Paulo: Papirus, 2006.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

POLYA, G. Trad. e adap. Heitor Lisboa de Araújo. *A arte de resolver Problemas*. Rio de Janeiro, Interciência, 1995.

POZO, Juan Ignacio (Org.) *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: Artmed, 1998.