A e F: $P_1 = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$

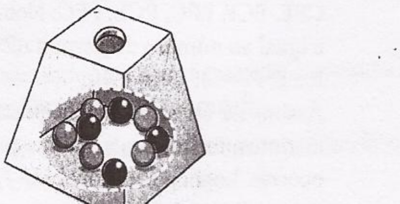
ou

F e A: $P_2 = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{7}$

Como o conectivo "ou" indica a adição das probabilidades, a probabilidade P de saírem parafusos de metais diferentes é dada por:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$$

R.14 Uma urna contém exatamente nove bolas: cinco azuis (A) e quatro vermelhas (V).



SERRALHEIRO

a) Retirando **simultaneamente** três bolas da urna, qual é a probabilidade de se obterem duas bolas azuis e uma vermelha?

b) Retirando **sucessivamente, sem reposição**, três bolas da urna, qual é a probabilidade de se obterem duas bolas azuis e uma vermelha?

Resolução

a) O espaço amostral E é formado por todos os conjuntos possíveis de três bolas da urna. Assim, temos:

$$n(E) = C_{9,3} = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3! \cdot 6!} = 84$$

O evento A que nos interessa é formado por todos os conjuntos possíveis de três bolas da urna, sendo duas azuis e uma vermelha. Assim, temos:

$$n(A) = C_{5,2} \cdot C_{4,1} = 10 \cdot 4 = 40$$

Logo: $P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$

b) Temos três sequências possíveis, com as respectivas probabilidades:

AAV: $P_1 = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{10}{63}$ ou

AVA: $P_2 = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{10}{63}$ ou

VAA: $P_3 = \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{10}{63}$

Logo, a probabilidade total é:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 =$$
$$= \frac{10}{63} + \frac{10}{63} + \frac{10}{63} = \frac{30}{63} = \frac{10}{21}$$

Propriedade das retiradas simultâneas

Comparando os itens **a** e **b** do exercício resolvido R.14, percebemos que a probabilidade de retirarmos **simultaneamente** as bolas da urna é igual à probabilidade de retirá-las **sucessivamente e sem reposição**. Esse resultado pode ser generalizado da seguinte maneira:

> Sejam $a_1, a_2, a_3, ..., a_k$ elementos de um conjunto A com n elementos. A probabilidade de se retirarem simultaneamente esses k elementos do conjunto A é igual à probabilidade de retirá-los sucessivamente e sem reposição.

Nota:
Sugerimos que todo problema em que for pedida a probabilidade de retiradas simultâneas seja transformado em retiradas sucessivas e sem reposição.
Nas retiradas sucessivas, a ordem dos elementos retirados deve ser considerada.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R.15 Uma urna contém exatamente onze bolas: seis azuis e cinco vermelhas. Retirando-se simultaneamente quatro bolas, qual é a probabilidade de saírem três bolas azuis e uma vermelha?

Resolução

Em vez de retirarmos as bolas **simultaneamente**, resolveremos um problema equivalente, retirando as bolas **sucessivamente e sem reposição**.

Assim, as sequências que nos interessam, com as respectivas probabilidades, são:

AAAV: $P_1 = \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{66}$ ou

AAVA: $P_2 = \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{5}{66}$ ou

AVAA: $P_3 = \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{5}{66}$ ou

VAAA: $P_4 = \frac{5}{11} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{5}{66}$